

Instructions: Show all work. Use exact values.

1. For the set of vectors $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \right\}$ that span W , find an orthogonal basis for W using the Gram-Schmidt process. Then make the resulting orthogonal basis orthonormal.

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \left(\frac{\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \left(\frac{9}{6} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/2 \\ -2 \\ 2 \\ -3/2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} - \left(\frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} - \left(\frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} - \left(\frac{-19}{66} \right) \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} - \left(\frac{-3}{6} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64/33 \\ 94/33 \\ 203/33 \\ 89/11 \end{bmatrix} \approx \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 64 \\ 94 \\ 203 \\ 252 \end{bmatrix}$$

117,645

orthogonal $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 64 \\ 94 \\ 203 \\ 252 \end{bmatrix} \right\}$

orthonormal $\left\{ \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \\ 0 \\ -1/\sqrt{6} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5/66 \\ -2/33 \\ 2/33 \\ -1/22 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 64/\sqrt{117,645} \\ 94/\sqrt{117,645} \\ 203/\sqrt{117,645} \\ 252/\sqrt{117,645} \end{bmatrix} \right\}$