

a. 3×4

b. 3

c.
$$\begin{cases} x_2 + 5x_3 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & -4 \\ 1 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 7 & 3 & -2 \end{bmatrix} R_2 \leftrightarrow R_1 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 2 & 7 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} -2R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \\ -2 \quad -8 \quad -6 \quad 4 \leftarrow -2R_1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \end{bmatrix} R_2 + R_3 \rightarrow R_3 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \frac{1}{2}R_3 \rightarrow R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} -5R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -3R_3 + R_1 \rightarrow R_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} -4R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \\ -5 \quad 5 \leftarrow -5R_3 \\ -3 \quad 3 \leftarrow -3R_3 \\ -4 \quad 0 \quad -4 \leftarrow -4R_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \textcircled{1} & 0 & 0 & -3 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & -1 \end{bmatrix}$$

e.

f. consistent, independent $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{x}$